Introdução ao estudo de Circuitos Não-Lineares

Díodos
e
Amplificadores Operacionais

Análise de Circuitos

Teoria dos Circuitos

por

António Joaquim Serralheiro

Novembro de 1998

1. DÍODOS

1.1 DÍODO IDEAL, INTRODUÇÃO

Os dispositivos electrónicos vulgarmente conhecidos como díodos constam de dois terminais (o ânodo e o cátodo), como se representa na figura 1a). Trata-se de elementos com características tensão-corrente marcadamente não-lineares e que se destinam, geralmente, a permitirem a passagem da corrente eléctrica num único sentido.

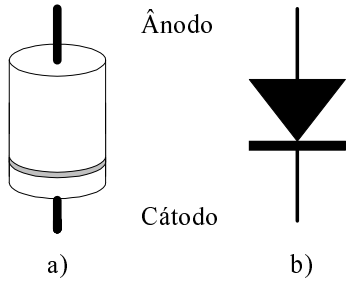


Figura 1: a) Díodo; b) símbolo eléctrico.

Se bem que na literatura especializada se possa encontrar uma descrição analítica suficientemente elaborada do seu comportamento, neste estudo apenas nos interessa considerar os modelos mais simplificados. Assim, inicialmente consideraremos o díodo como um interruptor que, consoante o sentido da corrente, se encontra fechado ou aberto. Posteriormente, modificar-se-á este modelo por forma a melhor representar algumas características reais dos díodos.

A característica desejável para um díodo seria a de um interruptor desprovido de massa (ausência de inércia[1]) comandado pelo sentido da corrente, figura 2.

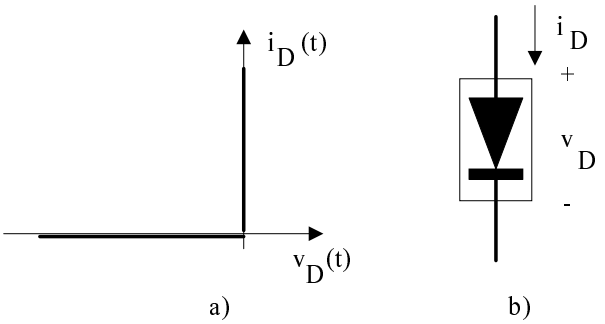


Figura 2: a) Característica do Díodo Ideal; b) Símbolo eléctrico.

[1] e, nesse caso, os tempos de comutação seriam nulos.

Desta forma, ofereceria uma resistência nula à passagem da corrente eléctrica do ânodo para o cátodo (polarização directa), ou seja, seria um curto-circuito enquanto que, se comportaria como uma resistência de valor infinito na passagem de corrente do cátodo para o ânodo (circuito aberto, polarização inversa), como se indica na figura 3:

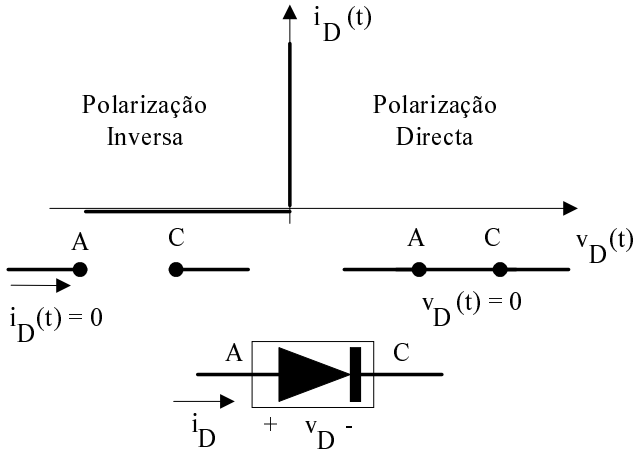


Figura 3: Operação do Díodo Ideal, A - ânodo e C - cátodo.

1.2 CIRCUITO RECTIFICADOR (DÍODO IDEAL)

Consideremos agora o circuito da figura 4a), em que o díodo se encontra ligado a uma fonte de tensão independente com uma resistência em série. Trata-se, na verdade, de um caso bastante geral, uma vez que, como se sabe, qualquer circuito linear resistivo, a um par de terminais, pode ser equivalente a um gerador de tensão com uma resistência em série (circuito equivalente de Thévenin). Assim, estaremos a decompôr o circuito original em 2 sub-circuitos, figura 4b): à esquerda o circuito equivalente de Thévenin e à direita o díodo (elemento não-linear).

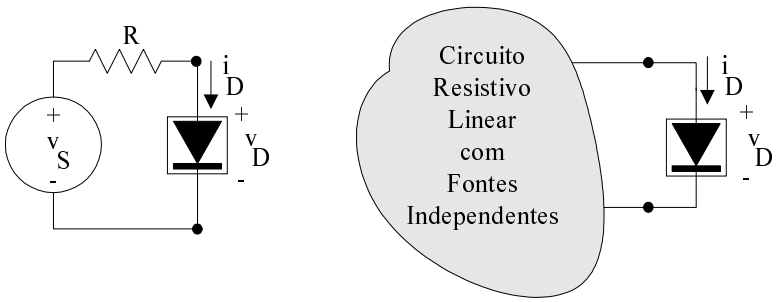


Figura 4: Díodo Linear aos terminais de um Circuito Resistivo Linear.

Comecemos por considerar v_S positivo. Nesta situação, importa saber se o díodo se encontra polarizado directa ou inversamente. Facilmente se verifica que a única solução possível corresponde a uma polarização directa:

- neste caso, uma vez que o díodo se comporta como um curto-circuito, a corrente no díodo seria, dada por $i_D = \frac{v_S}{R}$ e, consequentemente, $i_D > 0$. Este facto é coerente com a hipótese de polarização directa, veja-se a figura 3;
- se, contrariamente, se tivesse suposto que o díodo se encontrava polarizado inversamente, teríamos $i_D = 0$ e $v_D < 0$, uma vez que neste caso, o díodo seria um circuito aberto. Mas, imediatamente se verifica que teríamos $v_D = v_S$ pois que não haveria queda de tensão na resistência R. Ora, sendo $v_S > 0$ então, pela igualdade anterior, vem imediatamente que $v_D > 0$, o que não é compatível com a característica do díodo ideal, invalidando a esta hipótese de polarização inversa.

Se tivermos na fonte independente uma tensão sinusoidal $v_S(t) = V_S\, sen(\omega t)$, face ao que foi exposto, teríamos para a tensão aos terminais do díodo $v_D(t) = \begin{cases} V_S\, sen(\omega t) & v_S(t) < 0 \\ 0 & v_S(t) > 0 \end{cases}$ o que corresponde a uma rectificação de «meia-onda», figura 5:

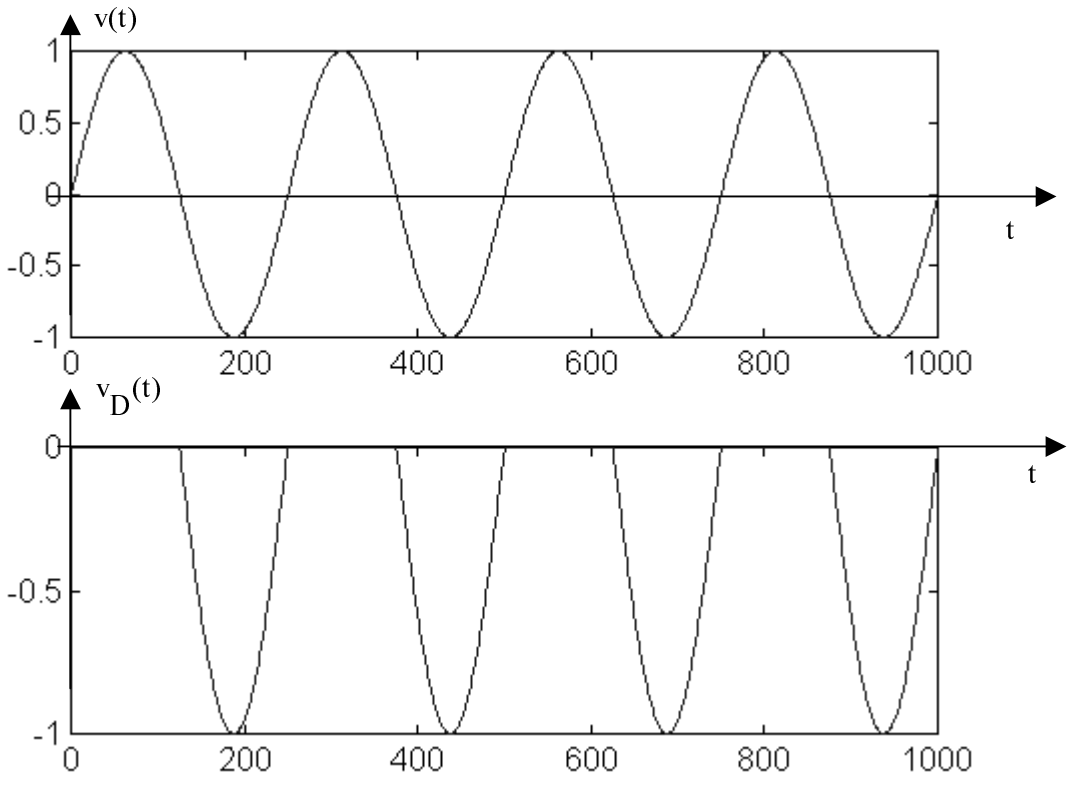


Figura 5: Tensão aos terminais do Díodo em função do tempo.

1.3 EQUAÇÃO DO DÍODO

Quando polarizado directamente, o díodo exibe a seguinte relação entre v_D e i_D:

Eq.1: $i_D = I_S (e^{v_D/(nV_T)} - 1)$

denominando I_S a «corrente de saturação» e a constante $V_T = \frac{kT}{q}$ a tensão térmica (sendo $k = 1{,}38.10^{-23}$ J/ºK a constante de Boltzman, T a temperatura em º Kelvin e $q = 1{,}602.10^{-19}$ C a carga eléctrica). Supondo uma temperatura de 20ºC teremos para $V_T \approx 25{,}2$mV; a constante n na equação 1, tem um valor entre 1 e 2, dependendo do material utilizado. Na figura 6 apresenta-se esta característica do díodo, para $n = 1{,}4$ e $i_D = 10^{-13}$ A:

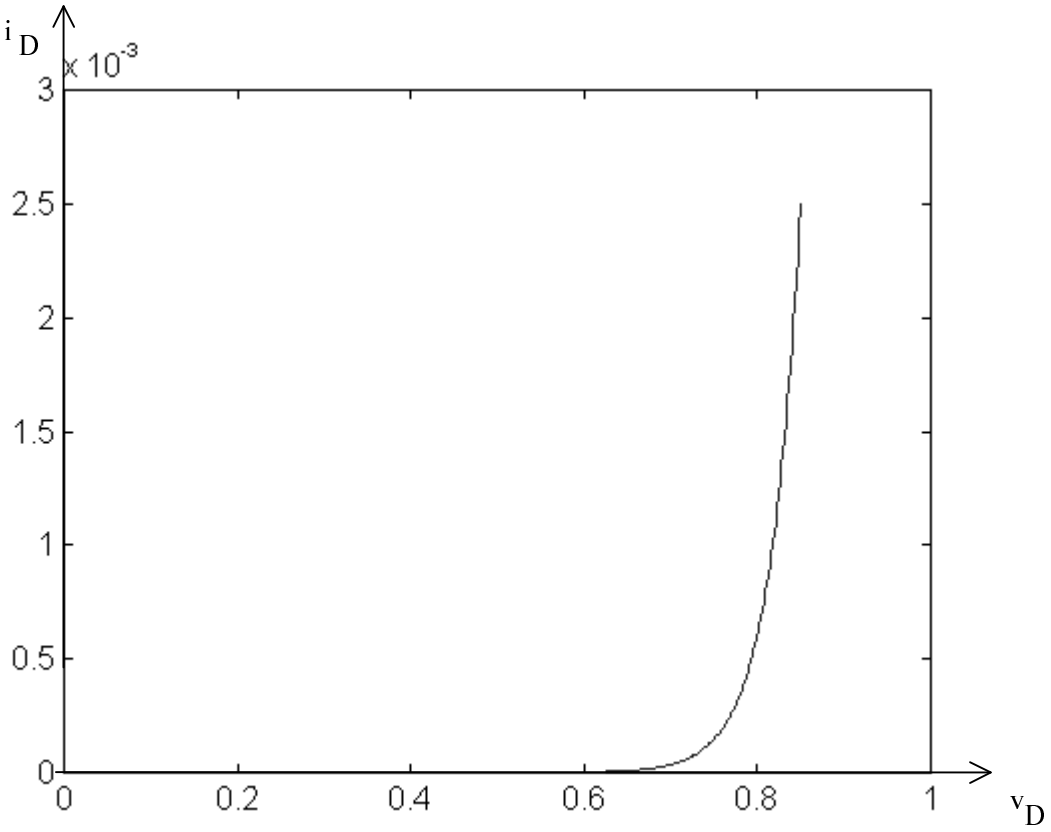


Figura 6: Característica Tensão/Corrente de um Díodo (polarização directa).

1.4 MODELO LINEAR POR TROÇOS DO DÍODO

Como se pode observar na figura 6, o comportamento dos díodos afasta-se consideravelmente do díodo ideal, nomeadamente:

- verifica-se que, para que se inicie a condução de corrente no díodo, é necessário que a tensão aos seus terminais seja superior a cerca de 0,7 V (díodos de silício);
- a diferença de potencial entre o ânodo e o cátodo quando o díodo se encontra em condução, não só é não-nula, como é também dependente da intensidade de corrente.

Assim, poderemos modelar melhor a característica do díodo se considerarmos a topologia da figura 7a) onde se efectuou uma simplificação que, para tensões superiores a 0,7 V, consistiu em considerar linear a dependência entre i_D *e* v_D :

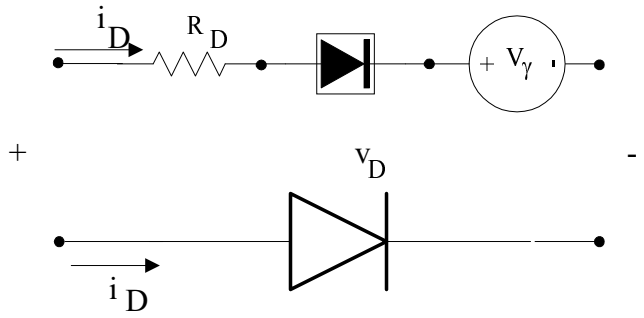


Figura 7a: Modelo Linearizado do Díodo.

Na figura 7b) apresenta-se uma comparação das características real e simplificada do díodo tendo em conta a topologia da figura 7a).

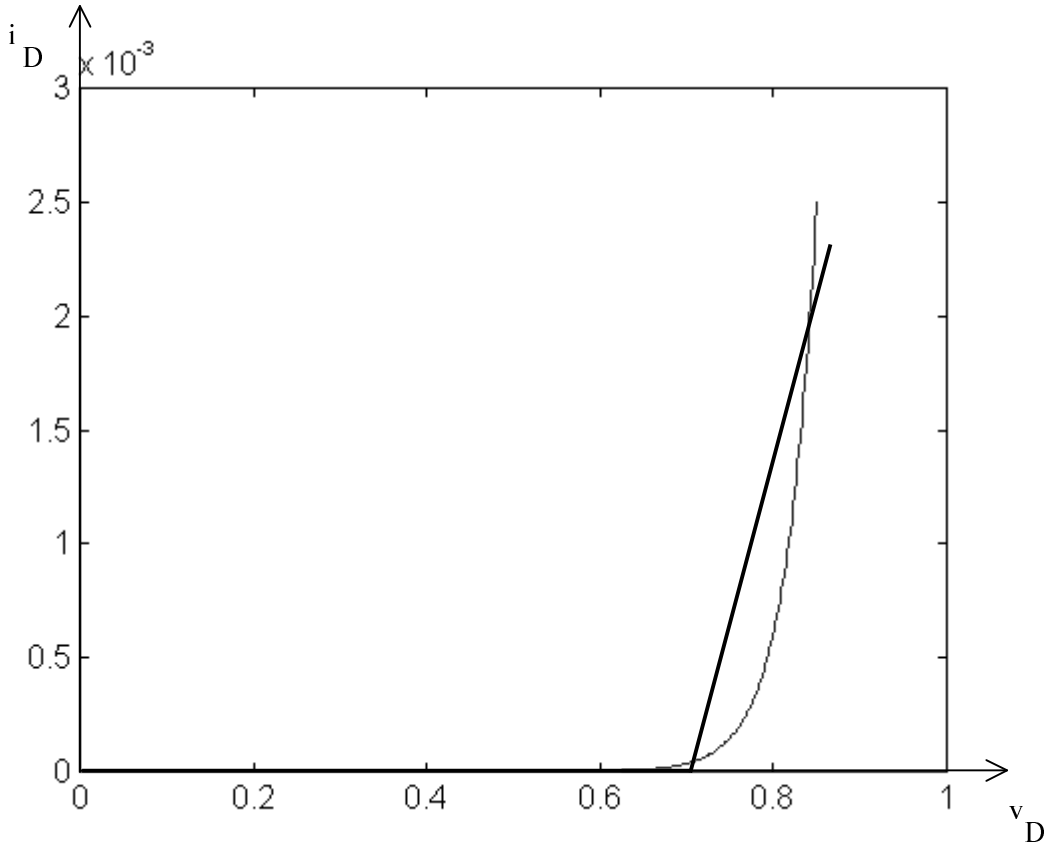


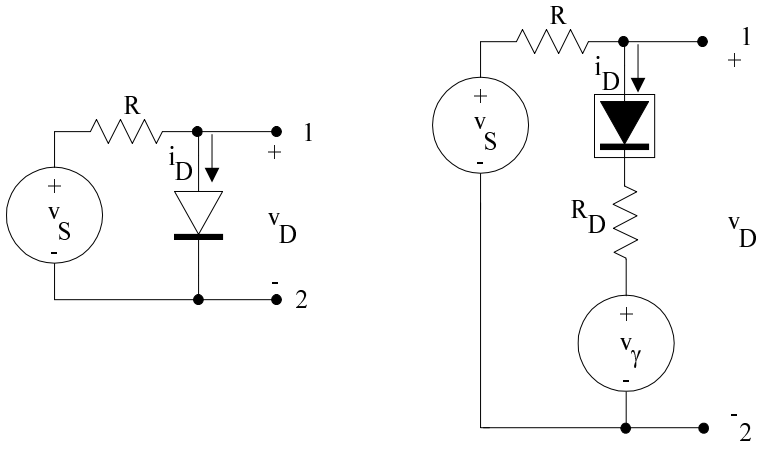
Figura 7b: Característica Tensão-Corrente para o Modelo Linearizado do Díodo.

A aproximação utilizada implica, como se depreende, um certo erro na determinação das correntes e tensões no circuito que, em muitas aplicações, pode ser desprezado.

1.5 CIRCUITO RECTIFICADOR (DÍODO LINEARIZADO)

Neste parágrafo, analisaremos o comportamento do circuito rectificador apresentado na figura 4a) mas considerando agora um díodo caracterizado pelo modelo linearizado em que $v_\gamma = 0{,}7\ V$ e $R_D = 70\Omega$. A fonte de tensão na entrada é $v_s(t) = cos(\omega t)$ e $R = 350\Omega$.

Na figura 8a) apresenta-se de novo o circuito rectificador, e na figura 8b) o díodo encontra-se substituído pelo modelo linearizado da figura 7a).



a) b)

Figura 8: a) Circuito Rectificador b) Circuito Rectificador, Díodo Linearizado.

A análise da tensão aos terminais 1-2 do circuito (v_D) pode ser feita nos seguintes termos:

- sabe-se que a corrente i_D não pode ser negativa (o díodo comporta-se então como um circuito aberto)
  - consequentemente, para tensões negativas de v_s, o díodo não se encontra a conduzir e, ainda,
  - a corrente i_D será não-nula quando a tensão v_D for maior ou igual a v_γ.
- estando o díodo a conduzir, a tensão v_D será dada por $v_D = v_\gamma + R_D\, i_D$ sendo $i_D = \dfrac{v_s - v_\gamma}{R + R_D}$, pelo que finalmente

Eq.2: $$v_D = v_\gamma + \frac{R_D}{R + R_D}(v_s - v_\gamma).$$

Este resultado encontra-se representado na figura 9, sendo consideravelmente diferente do indicado na figura 5 que efectivamente correspondia a uma rectificação de meia-onda.

De facto, para tensões do gerador de entrada positivas, o díodo deixou de se comportar como um curto-circuito:

- pois temos agora $v_\gamma = 0,7V$ em vez de $v_\gamma = 0V$ e
- $R_D = 70\Omega$ em vez de R_D ser nulo

pelo que a tensão aos seus terminais passa a reflectir, além de v_γ, a divisão de tensões em R e R_D.

Um processo de «melhorar» a rectificação poderia passar por:

- escolha de um díodo com uma tensão de condução v_γ inferior;
- escolha de um díodo com uma resistência interna R_D menor, ou, de um modo equivalente,
- aumento de R face ao valor de R_D.

Vejamos agora a influência destes factores no desempenho do circuito rectificador. A figura 10 ilustra de novo o comportamento do circuito rectificador, mas considerando agora a situação em que $R_D = 10\Omega$ e $v_\gamma = 0,1V$.

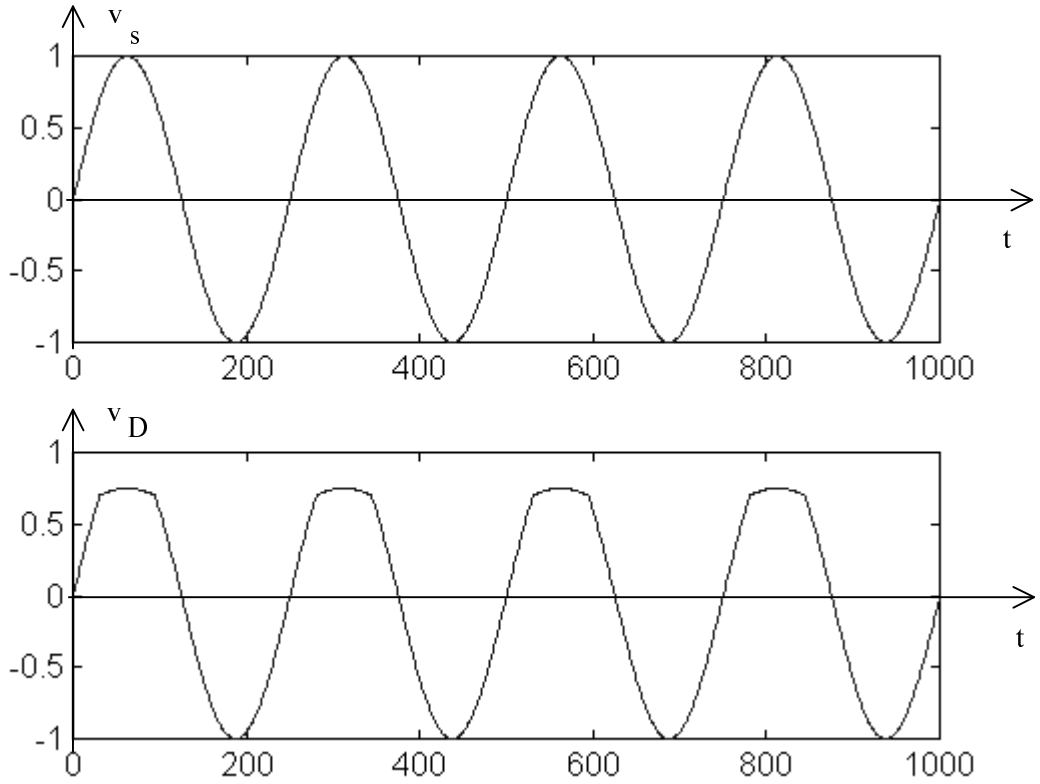


Figura 9: Circuito Rectificador; $R = 350\Omega$, $v_s(t) = \cos(\omega t)$, $v_\gamma = 0,7V$ e $R_D = 70\Omega$.

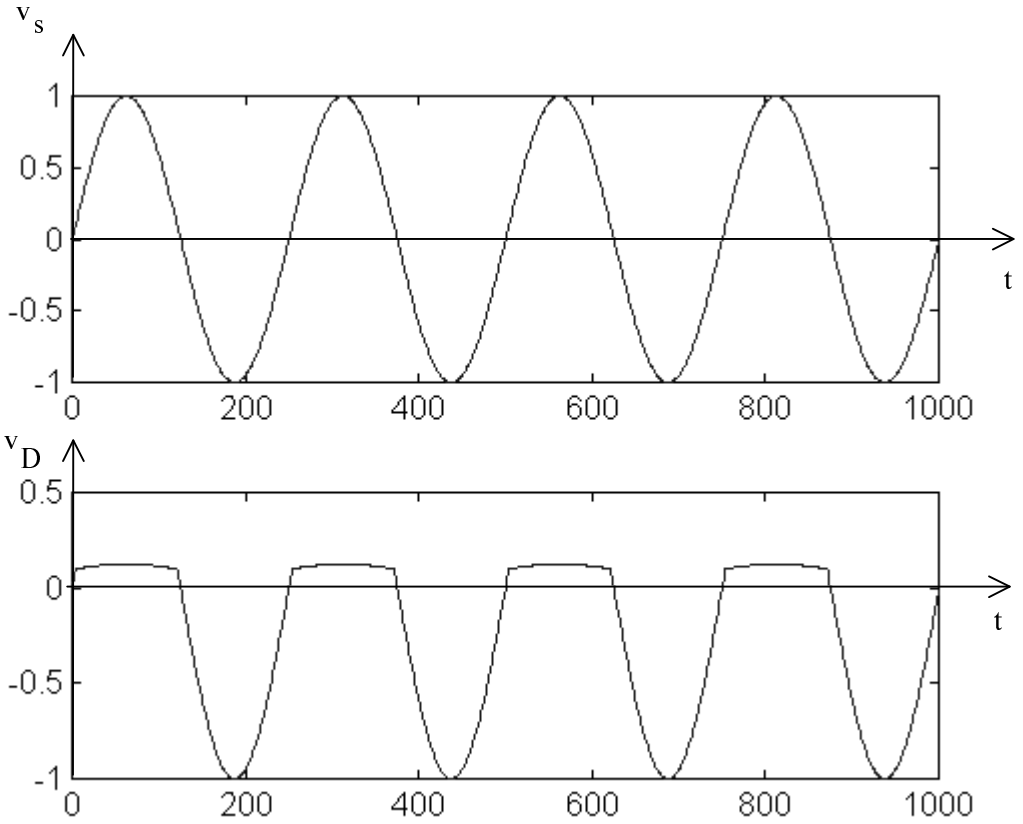


Figura 10: Circuito Rectificador; $R = 350\Omega$, $v_s(t) = \cos(\omega t)$, $v_\gamma = 0{,}1V$ e $R_D = 10\Omega$.

Note-se, contudo, que o aumento de R poderá conduzir a situações indesejáveis. De facto, se ligarmos à saída do circuito rectificador (isto é, aos terminais 1-2, figura 8a) a entrada de um outro circuito, pelo efeito de carga provocado pela sua resistência de entrada R_i, a tensão v_D poderá tornar-se inferior à tensão de condução do díodo v_γ. Neste caso, o díodo nunca entraria em condução, anulando-se o efeito de rectificação pretendido. Ou seja, considerando R_i como a resistência de entrada de um dado circuito linear resistivo ligado aos terminais 1-2 do circuito da figura 8a) tensão que efectivamente aparecerá aos terminais do 1-2 (supondo que o díodo se encontra desligado) será agora de $\frac{R_i}{R + R_i}\ v_s$. Caso se verifique $v_\gamma > \frac{R_i}{R + R_i}\ v_s$, então o díodo comportar-se-á permanentemente como um circuito aberto.

Em certas aplicações práticas, o díodo não se destina exclusivamente a ser um elemento rectificador. Por exemplo, poderá ser utilizado como uma fonte de tensão (contínua) de referência. Efectivamente, seja v_s uma fonte de tensão contínua (circuito da figura 8a) por forma a que $v_s > v_\gamma$. Escolhendo o valor da resistência R de modo a ter-se $R \gg R_D$, a tensão v_D aos terminais do díodo fica praticamente constante $v_D \approx v_\gamma$, ou seja, independente de dos valores de R, R_D e v_s.

1.6 CIRCUITOS COM DÍODOS

Nesta secção abordaremos alguns casos simples de circuitos com díodos. Concretamente, serão apresentadas duas portas lógicas: a porta lógica **e** (*and*) e a porta lógica **ou** (*or*). A sua análise será inicialmente efectuada utilizando o díodo ideal e, posteriormente, uma vez compreendido o princípio de funcionamento, utilizar-se-á o modelo linearizado do díodo.

1.6.1 PORTA LÓGICA *OU*

O circuito da figura 11 apresenta um porta lógica **ou** com duas entradas. Para simplificar a sua análise, consideremos díodos ideiais ($v_\gamma = 0$ e $R_D = 0$) e que as tensões de entrada apenas assumem 0 ou $+5V$, correspondendo, respectivamente aos valores lógicos *0* e *1*.

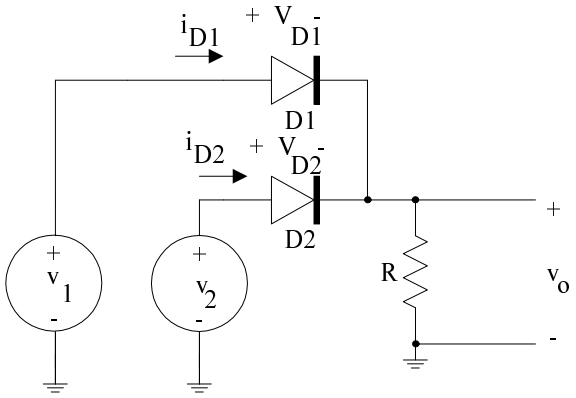


Figura 11: Porta Lógica **ou**.

Para haver condução no díodo D1, a tensão v_{D1} não pode ser negativa. Deste facto se vê que sendo v_1 positiva ($+5V$) com v_2 nula, a tensão de saída v_o será igual à tensão de entrada; reparemos que, neste caso, o díodo D2 estará cortado. Por outro lado, a tensão v_o manter-se-á em $+5V$ caso v_2 passe agora a ser de $+5V$ [2]. Uma vez que este circuito, do ponto de vista das entradas v_1 e v_2, é simétrico não há necessidade de repetir a análise anterior para v_2 for positiva ($+5V$) e $v_1 = 0$.

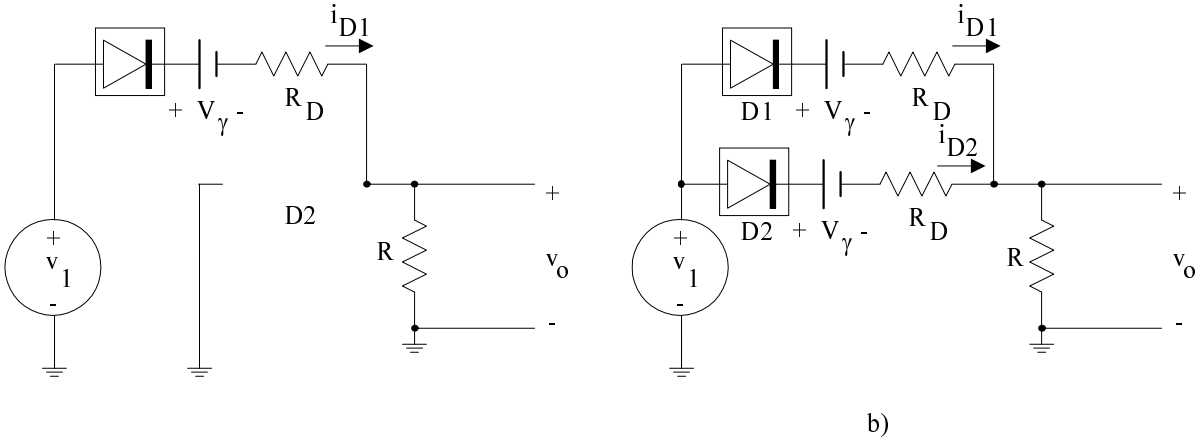
Desta forma, teremos a correspondente tabela de verdade para a saída que se apresenta na Tabela 1, e que, como se sabe, não é mais do que a correspondente tabela para o circuito lógico **ou**.

A análise deste mesmo circuito com um modelo mais elaborado para os díodos não oferece dificuldade de maior. De facto, com as entradas v_1 e v_2 nulas, ambos os díodos estarão cortados, o

[2] Com $v_2 = +5V$, o díodo D2 estará na zona de polarização directa, pelo que conduzirá uma corrente do ânodo para o cátodo.

que só deixará de acontecer quando numa das (ou em ambas) entradas a tensão ultrapassar v_γ. Desta forma, a tensão na saída v_o será nula.

Como, por hipótese, as tensões de entrada ou são nulas ou são $+5V$, e dada a topologia do circuito, apenas bastará ver qual a tensão de saída nos casos em que $v_1 = +5V$ com $v_2 = 0$ e $v_1 = v_2 = +5V$, figuras 12a) e 12b), respectivamente. Nos cálculos que se apresentam, considera-se então que $v_\gamma \neq 0V$ e $R_D \neq 0\,\Omega$.



b)

Figura 12: Porta lógica **ou**. a) D1 em condução e D2 cortado; b) D1 e D2 em condução.

Começando por $v_2 = 0V$ e $v_1 = 5V$, figura 12 a), teremos imediatamente que D2 se encontrará cortado e que, por isso, a corrente i_{D1} passará pela resistência R, pelo que $i_{D1} = \dfrac{v_1 - V_\gamma}{R_D + R}$. Como $v_o = R\, i_{D1}$, imediatamente se conclui que $v_o = \dfrac{R}{R_\gamma + R}(v_1 - V_\gamma)$ ou seja, a tensão de saída será menor do que os 5V que se obteriam caso os díodos fossem ideais. Contudo, sendo $R >> R_\gamma$, $v_o \approx 4{,}3V$ o que, para os circuitos lógicos corresponde efectivamente ao valor lógico **1**.

Poderemos, ainda, confirmar a hipótese avançada de que D2 estaria cortado e D1 em condução:

- uma vez que a tensão no nó de saída é positiva (concretamente, cerca de 4V) então o cátodo de D2 estará a um potencial superior ao seu ânodo o que significa, sem sombra de dúvidas, que D2 está de facto inversamente polarizado;
- a equação atrás obtida para a corrente em D1 leva a que i_{D1} seja positiva (pois $v_1 > V_\gamma$ o que corresponde à polarização directa de D1 permitindo, por isso a passagem de corrente do ânodo para o cátodo.

Tendo, agora, as duas entradas ao mesmo valor lógico, $v_1 = v_2 = +5V$ a análise do circuito é muito semelhante à efectuada anteriormente. De facto, atendendo à figura 12b) que representa ambos

os díodos em condução (porquê?) poderemos ver que os potenciais aos terminais dos díodos serão iguais [3]. Então, $i_{D1} = i_{D2}$ e facilmente se obterá para a tensão de saída: $v_o = \frac{R}{\frac{R_D}{2} + R}(v_1 - V_\gamma)$.

Concluíndo: o facto de os díodos terem, na prática, um comportamento distindo do assumido para o díodo ideal, não altera significativamente os resultados apresentados na coluna da tensão de saída v_o da Tabela I, desde que se verifique a condição $R > R_\gamma$ [4]. Os resultados apresentados nesta tabela foram obtidos com $V_\gamma = 0,7V$ *e* $R = 10\,R_D$.

Tabela I: Tabela de Verdade para o circuito lógico **ou**.

Tensão v_1	Valor Lógico	Tensão v_2	Valor Lógico	**ideal** **Tensão** v_o	**não-ideal** **Tensão** v_o	**← díodos** **Saída** **Valor Lógico**
0V	Falso	*0V*	Falso	***0V***	***0,0V***	**Falso**
0V	Falso	*5V*	Verdadeiro	***5V***	***3,9V***	**Verdadeiro**
5V	Verdadeiro	*0V*	Falso	***5V***	***3,9V***	**Verdadeiro**
5V	Verdadeiro	*5V*	Verdadeiro	***5V***	***4,1V***	**Verdadeiro**

1.6.2 PORTA LÓGICA *E*

O circuito eléctrico desta porta é apresentado na figura 13. Novamente se pressupõe que as tensões de entrada assumem apenas valores de tensão discretos de *0V* ou *+5V*. A análise deste circuito é bastante simples:

- Para que os díodos entrem em condução, é necessário que o potencial nos ânodos seja superior ao potencial nos respectivos cátodos. Ora, esta situação só se verifica quando as tensões de entrada forem nulas. Vejamos agora qual a tensão de saída considerando:
  - díodos ideais

---

[3] Esta afirmação só será verdadeira se as resistências dos díodos forem idênticas, ou seja: $R_{D1} = R_{D2} = R_D$, o que é sugerido na figura.

[4] Entenda-se esta desigualdade verificada a, pelo menos, uma ordem de grandeza ou seja, $R \geq 10\,R_D$.

- tensão na saída v_o será nula, pois os díodos «forçam» o curto-circuito do terminal de saída ao nó de referência. Esta situação ocorre sempre que uma das entradas seja nula, isto é, $v_1 = 0V$ e $v_2 = 0V$ ou $v_1 = 5V$ e $v_2 = 0V$ ou ainda $v_1 = 0V$ e $v_2 = 5V$.

- díodos não-ideais, $v_\gamma \neq 0V$ e $R_D \neq 0\Omega$

  - caso em que $v_1 = 5V$ e $v_2 = 0V$ ou ainda $v_1 = 0V$ e $v_2 = 5V$: a tensão de saída é dada por $v_o = V_\gamma + R_D\, i_{D1} = \frac{R_D\, 5 + R\, V_\gamma}{R + R_D}$ uma vez que $i_{D1} = \frac{5 - V_\gamma}{R + R_D}$.

  - caso em que $v_1 = 0V$ e $v_2 = 0V$: poderemos agora ver que estando os dois díodos em condução, as suas resistências R_D, do ponto de vista dos terminais de saída, se encontram em paralelo. Assim, $v_o = \frac{\frac{R_D}{2}\, 5 + R\, V_\gamma}{R + \frac{R_D}{2}}$.

- Fazendo, para exemplificar os resultados ora obtidos, $V_\gamma = 0{,}7V$ e $R = 10\, R_D$ teremos:

  - caso em que $v_1 = 5V$ e $v_2 = 0V$ ou ainda $v_1 = 0V$ e $v_2 = 5V$: a tensão de saída é dada por $v_o \approx 1{,}1V$;

  - caso em que $v_1 = 0V$ e $v_2 = 0V$: teremos novamente um resultado muito semelhante ao anterior: $v_o \approx 0{,}9V$.

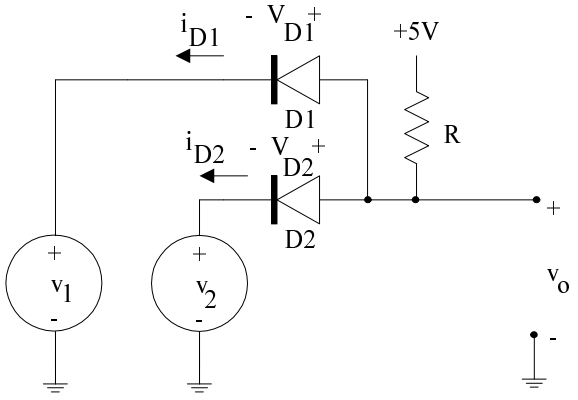


Figura 13: Porta lógica **e**.

Tendo, por fim, as duas tensões de entrada iguais a $+5V$, os díodos encontrar-se-ão cortados, pelo que a tensão na saída será de $+5V$, independentemente do modelo escolhido para os díodos.

Na Tabela II apresenta-se um resumo do funcionamento da porta lógica **e** ora exposto.

Tabela II: Tabela de Verdade para o circuito lógico **e**.

Tensão v_1	Valor Lógico	Tensão v_2	Valor Lógico	**ideal** **Tensão** v_o	**não-ideal** **Tensão** v_o	**← díodos** **Saída** **Valor Lógico**
0V	Falso	*0V*	Falso	***0V***	***0,9V***	**Falso**
0V	Falso	*5V*	Verdadeiro	***0V***	***1,1V***	**Falso**
5V	Verdadeiro	*0V*	Falso	***0V***	***1,1V***	**Falso**
5V	Verdadeiro	*5V*	Verdadeiro	***5V***	***5V***	**Verdadeiro**

2. DÍODO ZENER

O díodo Zener é, do ponto de vista exterior, em tudo semelhante ao díodo normal já estudado. A diferença ocorre antes no modo de operar: enquanto que um díodo «normal» se comportará (desejavelmente) como um circuito aberto para tensões ânodo-cátodo negativas que podem atingir milhares de Volt, o díodo zener entrará em condução para tensões inversas que podem ir de alguns até centenas de Volt. As razões e o mecanismo desta condução não serão aqui tratadas, antes nos preocuparemos com o correspondente modelo linearizado e com algumas aplicações destes dispostivos. Na figura 14 representam-se o símbolo eléctrico e a correspondente característica corrente-tensão linearizada.

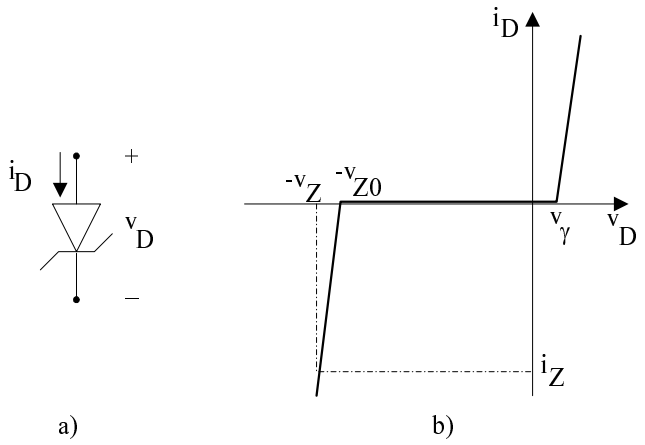


Figura 14: Díodo Zener, a) símbolo eléctrico; b) característica corrente-tensão.

Podemos observar nesta característica simplificada três zonas distintas de funcionamento para o díodo zener e que se indicam na Tabela III, em que v_D e i_D representam, respectivamente as tensão e corrente no díodo, de acordo com as convenções assinaladas na figura 14a).

Tabela III: Díodo Zener

v_D	Operação	i_D
$v_D > v_\gamma$	Condução (directa)	$\frac{v_D - v_\gamma}{R_D}$
$- v_{Z0} < v_D < v_\gamma$	Cortado	≈ 0
$- v_{Z0} > v_D$	Condução (inversa, efeito zener)	$\frac{v_D - v_{Z0}}{R_Z}$

Supondo válida a característica linear por troços da figura 14b), poderemos elaborar um modelo de funcionamento para o díodo zener utilizando díodos ideais, como se indica na figura 15.

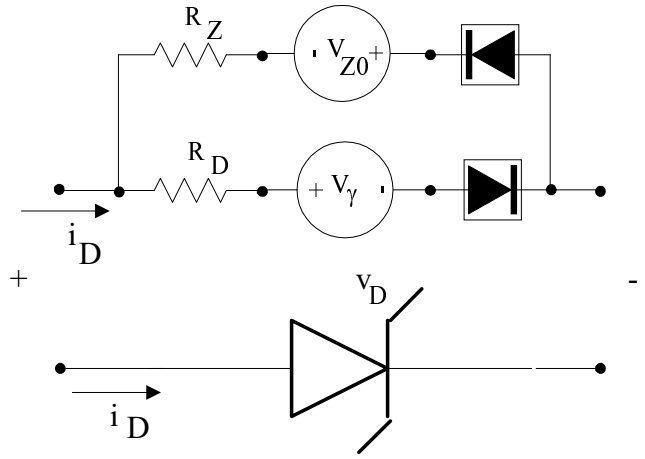


Figura 15: Modelo linearizado do díodo zener.

A título exemplificativo, estudemos o circuito da figura 16, em que se assumem os seguintes dados: $R = 950\Omega$, $v_\gamma = 0,7V$, $R_D = 50\Omega$, $v_Z = 6V$ para $i_Z = 10mA$ e $v_{Z0} = 5,5V$.

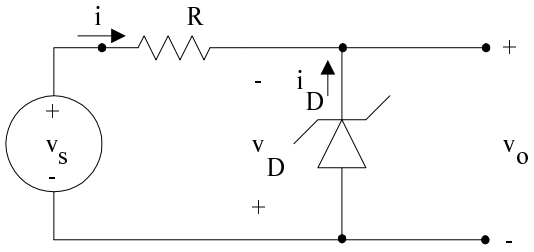


Figura 16: Circuito com díodo zener.

Comecemos por determinar a resistência R_Z a partir dos dados fornecidos:

- quando a conduzir inversamente, a tensão v_D será dada por $v_D = - v_Z = -6V$;
- sendo $v_Z = v_{Z0} + R_Z i_Z$ em que $v_{Z0} = 5,5V$ e $i_Z = 10\ mA$, imediatamente se obtém $R_Z = \frac{v_Z - v_{Z0}}{i_Z}$.

Teremos, pois, para R_Z o valor de 50Ω. Do circuito da figura 16, vê-se que $v_o = - v_D$ e ainda que $i_D = - \frac{v_s + v_D}{R}$. Atendendo à característica corrente-tensão do díodo zener, poderemos ver que:

- para que i_D seja positiva, teremos forçosamente $v_D > 0$ (polarização directa e condução do díodo zener). Então, $v_s + v_D < 0$, ou seja $v_s < - v_\gamma$ para se iniciar a condução. Neste caso, a tensão aos terminais de saída é dada por: $v_o = \dfrac{R_D\, v_s - R\, v_\gamma}{R + R_D}$;

- para que i_D seja nula, teremos que $v_s > - v_\gamma$ e ainda $v_s < v_{Z0}$ ou seja, $-v_\gamma < v_s < v_{Z0}$. Neste caso, a tensão aos terminais de saída é dada por: $v_o = v_s$;

- para que i_D seja negativa, teremos forçosamente $- v_D < - v_{Z0}$ (polarização inversa e condução do díodo zener). Para se iniciar a condução (por efeito Zener), teremos que ter $v_s > v_Z$ e, neste caso, a tensão aos terminais de saída é dada por: $v_o = \dfrac{R_Z\, v_s + R\, v_Z}{R + R_Z}$.

Na figura 17 apresenta-se a tensão $v_o(t)$ para uma fonte de tensão $v_s(t) = \begin{cases} 3\ sen(31{,}4\ t) & t < 0{,}4s \\ 10\ sen(31{,}4\ t) & 0{,}4s < t < 0{,}8s \end{cases}$ e considerando os dados apresentados para o circuito da figura 16:

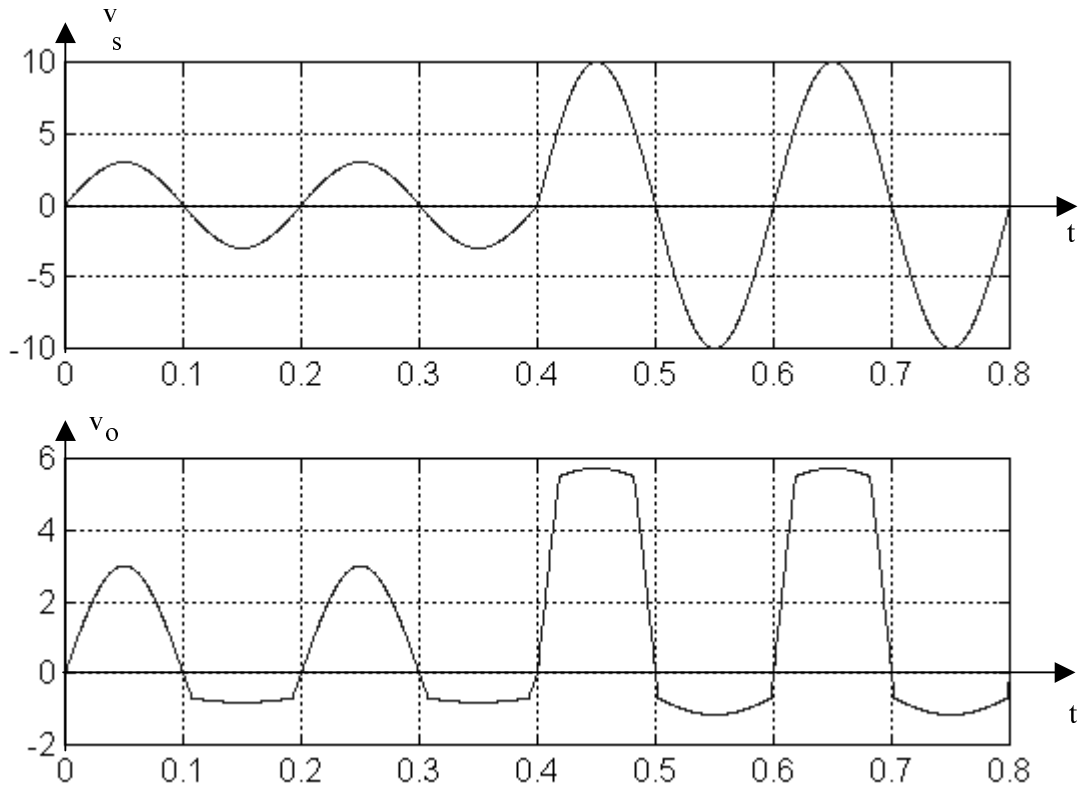


Figura 17: Circuito com díodo zener.

Como se pode observar, no intervalo de tempo $0s < t < 0{,}4s$ a tensão de entrada é sempre inferior a v_{Z0} pelo que o díodo nunca conduzirá inversamente (efeito zener). Naturalmente que, nos instantes de tempo em que $v_s > v_\gamma$ se observará o efeito de rectificação já apresentado. No entanto,

para t > 0,4s há intervalos de tempo em que a tensão do gerador é superior à tensão v_{Z0} pelo que o díodo entrará em condução inversa.

Em situações de interesse prático, o díodo zener é utilizado como um dispositivo que permite (dentro de certos limites[5] e dependendo do valor de R_Z) manter uma tensão cátodo-ânodo razoavelmente constante. Deste modo, o díodo zener, quando polarizado por forma a que a corrente flua do cátodo para o ânodo (polarização inversa, efeito zener), comporta-se como uma fonte de tensão constante. Como tal, pode ser utilizada como gerador de tensão de referência em, por exemplo, fontes de alimentação ou circuitos estabilizadores de tensão, ou ainda em malhas de polarização de dispositivos electrónicos.

[5] Quando em condução inversa, a dissipação de potência no díodo zener é maior do que quando este se encontra polarizado directamente. Isto porque, para uma dada intensidade de corrente no díodo zener, se tem $v_{Z0} > v_\gamma$. Assim, há que ter em atenção o facto de que a corrente no zener deverá ser limitada de forma a não se ultrapassar a máxima potência dissipada indicada pelo fabricante, ou seja $id \leq \frac{p_{máx}}{v_Z}$.

3. AMPLIFICADORES OPERACIONAIS

3.1 AMPLIFICADOR OPERACIONAL IDEAL

Os amplificadores operacionais são dispositivos electrónicos que, geralmente, apresentam dois terminais de entrada (v^+ e v^-) e um terminal de saída (v_o) além de terminais para ligação a fontes de tensão contínuas (tensão de alimentação, V_{al}). Comercialmente encontram-se disponíveis sob a forma de um circuito integrado monolítico. No contexto deste trabalho, estes dispositivos serão encarados como uma «caixa preta», isto é, apenas nos interessa analisar o seu comportamento do ponto de vista entrada-saída. Nas figuras 18a) e 18b) apresentam-se, respectivamente, o símbolo eléctrico correspondente e um modelo simplificado da sua operação (quando linear).

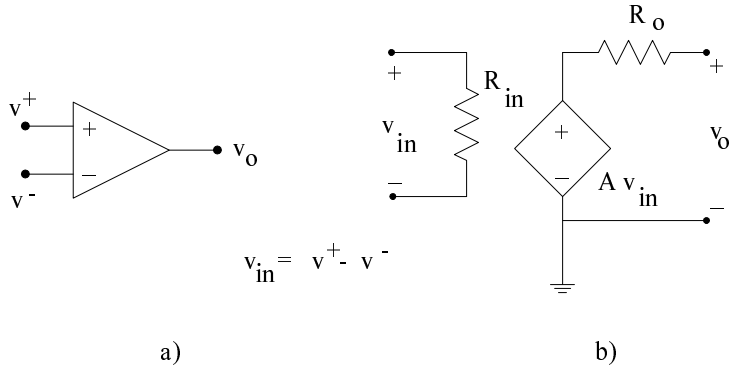


Figura 18: Amplificador Operacional, a) símbolo eléctrico; b) modelo simplificado (linear).

A relação entre as tensões de entrada $v_{in} = (v^+ - v^-)$ e de saída v_o assinaladas na figura 18b) apenas é válida enquanto o amplificador operacional, *ampop*, se comportar como um dispositivo linear, o que só acontece para $| v_o | < V_{al}$. Caso contrário, o ampop dir-se-á *saturado* e a tensão na sua saída será de (aproximadamente) $+V_{al}$ (saturação positiva) ou $- V_{al}$ (saturação negativa). A característica de transferência entrada-saída encontra-se representada na figura 19, assinalando-se ainda as zonas de saturação e de funcionamento linear.

A constante A designa o ganho do ampop e representa a inclinação do troço de recta correspondente à zona de funcionamento linear (figura 19).

No ampop ideal, o ganho A é considerado infinito ($A = \infty$) e, para as resistâncias de entrada R_{in} e de saída R_o, teremos respectivamente $R_{in} = \infty\ \Omega$ e $R_o = 0\ \Omega$. Como consequência de uma resistência infinita de entrada, teremos que o ampop não «carregará» o circuito a que estiver ligado (exceptuando,

naturalmente, o circuito da fonte de alimentação). Portanto, as correntes eléctricas nos terminais de entrada serão, por esse facto, nulas.

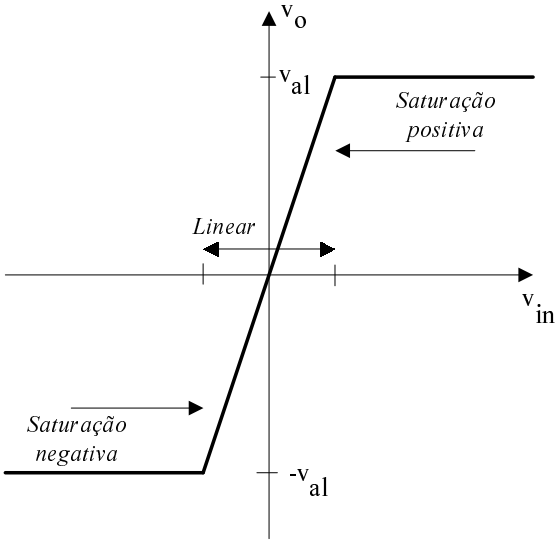


Figura 19: Característica (simplificada) entrada/saída de um ampop.

Por outro lado e considerando que o ampop é ideal e que se encontra a operar na zona linear de funcionamento, teremos que a diferença de potencial v_{in} nos terminais de entrada será nula:

Eq.3: $$\lim_{A \to \infty} v_{in} = \lim_{A \to \infty} [\frac{v_o}{A}] = 0$$

Neste caso, uma tensão nula entre dois terminais não corresponde, efectivamente, a um curto-circuito uma vez que, pelo facto de $R_{in} = \infty\,\Omega$ não vai haver passagem de corrente eléctrica entre os terminais de entrada do ampop. Poderemos então dizer que, ao operar como um dispositivo linear, o ampop promove um curto-circuito virtual (corrente nula) aos terminais de entrada. Note-se que, sendo $A = \infty$, o segmento de recta correspondente à zona de funcionamento linear passará a ser vertical.

Caso o ampop se encontre saturado, isto é se $v_o = + v_{al}$ ou se $v_o = - v_{al}$, já a diferença de potencial aos terminais de entrada não se anulará sendo, então, imposta pelo circuito a que estes terminais se encontrem ligados.

A hipótese de uma resistência de saída nula, $R_o = 0\ \Omega$, implica que a tensão na saída do ampop não será directamente modificada ou imposta pelo circuito que se lhe encontrar ligado; correspondendo a saída do ampop a um gerador (comandado) ideal de tensão, figura 18b).

Nos parágrafos seguintes consideraremos o ampop como um dispositivo ideal ou seja, resumindo:

- Resistência de entrada infinita, $R_{in} = \infty\,\Omega$ $\Leftrightarrow$ corrente nula nas entradas;
- Ganho A infinito quando linear;

- Ganho A nulo quando saturado e $v_o = \pm v_{al}$;
- Resistência de saída nula, $R_o = 0\ \Omega$.

3.2 CIRCUITO AMPLIFICADOR INVERSOR

Consideremos o circuito da figura 20 e suponha-se que, inicialmente, a saída do ampop não se encontra saturada.

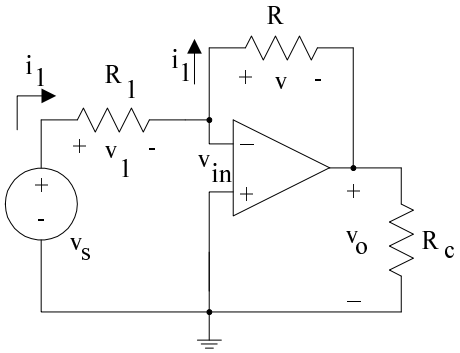


Figura 20: Amplificador Inversor.

Nestes termos, $v_{in} = 0$ e, consequentemente, a entrada inversora (v^-) encontra-se a um potencial nulo em relação à referência do circuito[6]. Assim, aos terminais da resistência R_1 encontrar-se-á a tensão v_1 que é igual à tensão do gerador v_s, pelo que a intensidade de corrente i_1 virá

Eq.4: $$i_1 = \frac{v_s}{R_1}$$

Esta corrente, não se podendo fechar pelos terminais de entrada do ampop (uma vez que este apresenta uma resistência interna infinita), circulará através de R para o terminal de saída do ampop. Nesta resistência provocará uma diferença de potencial v igual a $R\, i_1$.

Por outro lado, e recordando mais uma vez que $v_{in} = 0$, pode-se ver que a tensão no terminal de saída é $v_o = - v = - R\, i_1$. Substituindo a equação 4 neste resultado, teremos que

Eq.5: $$v_o = - \frac{R}{R_1} v_s$$

Esta equação mostra que a tensão de saída apresenta uma desfasagem de π radianos em relação à tensão de entrada, facto que justifica a denominação de amplificador inversor. O ganho do circuito inversor é, em módulo,

---

[6] Por esse facto, na montagem inversora, esta entrada é denominada *terra virtual*.

Eq.6: $$|G| = \frac{R}{R_1}$$

e que será maior do que a unidade sempre que $R > R_1$.

Como se pode verificar das considerações anteriores, quer o ganho do circuito quer a tensão de saída são independentes do valor da resistência R_c , facto justificado pelo facto de o ampop se comportar como um gerador (comandado) ideal, isto é sem resistência interna.

3.3 CIRCUITO AMPLIFICADOR SOMADOR

Mantendo as hipóteses já apresentadas para o ampop (ampop ideal e operação linear), analisemos agora o circuito da figura 21.

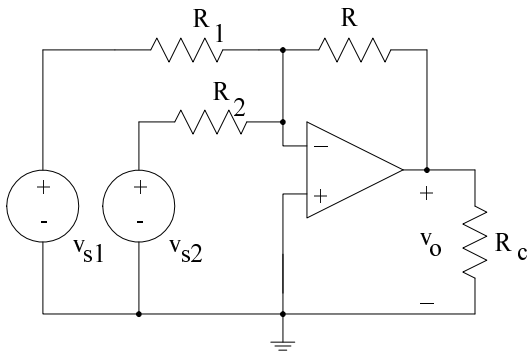


Figura 21: Amplificador Somador.

Uma vez que se considera a linearidade deste circuito, poderemos aplicar o método da sobreposição de fontes, isto é, determinando a tensão de saída a partir da contribuição individual de cada uma das fontes de tensão, como se mostra na figura 22.

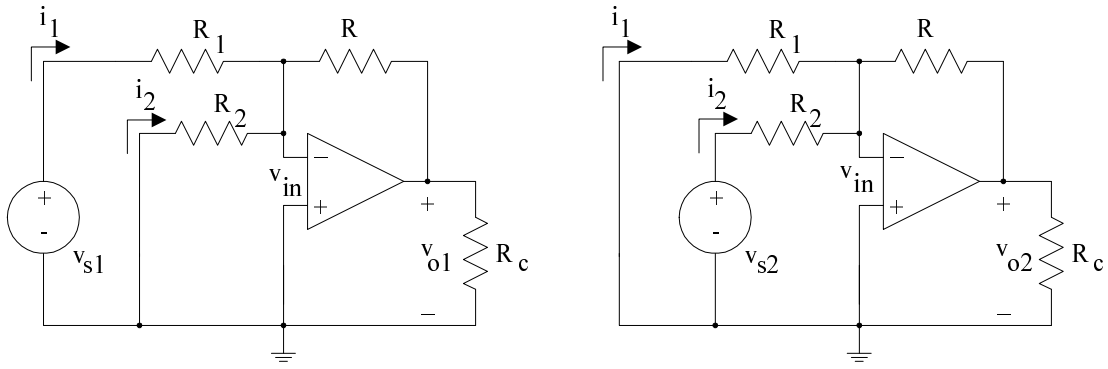


Figura 22: Determinação da tensão de saída do Amplificador Somador usando a Sobreposição de Fontes: a) anulando v_{s2} e b) anulando v_{s1} .

Assim, no circuito da figura 22a), anulou-se a fonte de tensão independente v_{s2} . Sendo nula a tensão v_{in} aos terminais do ampop (consequência do ganho A ser muito elevado), teremos que será também nula a tensão aos terminais de R_2 pelo que a corrente i_2 também será nula. Deste modo, apenas a corrente i_1 percorrerá a resistência de realimentação R, fazendo com que este circuito se comporte como o amplificador inversor e, como já sabemos, $v_{o1} = -\frac{R}{R_1} v_{s1}$. Anulando agora v_{s1} e activando o gerador de tensão v_{s2} teremos o circuito da figura 22b). Não é difícil de verificar a semelhança deste circuito com o anterior, pelo que poderemos obter imediatamente a relação da tensão de saída com a tensão de entrada: $v_{o2} = -\frac{R}{R_2} v_{s2}$. Uma vez que a sobreposição de fontes nos permite obter a tensão de saída do circuito pela soma das contribuições individuais de cada uma das fontes de tensão para a tensão de saída, isto é, $v_o = v_o|_{v_2=0} + v_o|_{v_1=0} = v_{o1} + v_{o2}$ teremos então:

Eq.7: $v_o = -R\left(\frac{1}{R_1} v_{s1} + \frac{1}{R_2} v_{s2}\right)$

A equação anterior mostra que a saída do circuito da figura 21 corresponde à soma ponderada das tensões de entrada, pelo que se justifica a designação dada de amplificador somador.

Nada obsta a que se aumente o número de fontes de tensão nas entradas deste circuito (figura 23), tendo-se, portanto, a seguinte equação para a tensão de saída:

Eq.8: $v_o = -R \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} v_{sk}$

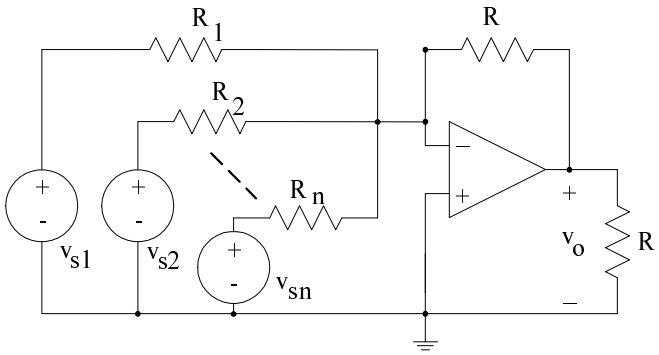


Figura 23: Circuito Somador com *n* Entradas.

3.4 CIRCUITO CONVERSOR DIGITAL-ANALÓGICO

Impondo, na equação 8, a seguinte condição para as resistências R_k , k =*1, 2, ..., n*: $R_k = R\ (2)^{-k}$, podemos verificar que a tensão de saída assume a forma $v_O = -\sum_{k=1}^{n} 2^k\, v_{sk}$, o que corresponde a atribuir pesos para as entradas de acordo com uma série geométrica de razão 2. Como exemplo, se a tensão de cada um dos geradores de entrada v_{sk} , k = *1, 2, ..., n* assumir apenas um de dois valores discretos (consoante se tem nas entradas o valor lógico zero ou um) e se n = *4*, teremos que v_O = - *(1 LSB + 2 Bit1 + 4 Bit2 + 8 MSB)* , em que *LSB* e *MSB d*esignam, respectivamente, os bits de menor e de maior peso.

No entanto, este circuito não tem interesse prático como conversor digital-analógico, uma vez que as resistências necessárias para a sua realização se encontram numa gama de valores pouco adequada. De facto, existem outros circuitos de conversão digital-analógico que não apresentam este inconveniente, nomedamente utilizando uma malha *R-2R* como se indica na figura 24:

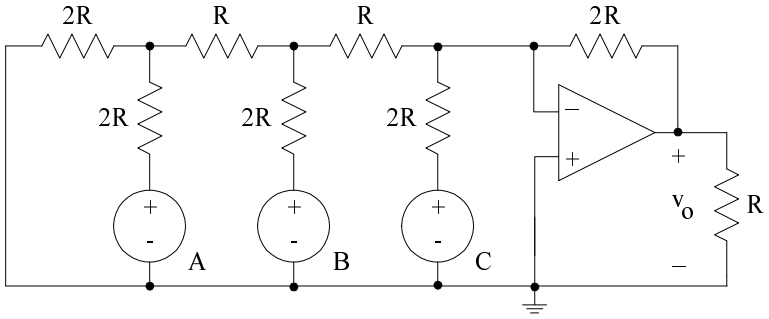


Figura 24: Conversor Digital-Analógico recorrendo a uma Malha *R-2R*.

A análise do funcionamento deste circuito pode ser efectuada facilmente utilizando novamente a sobreposição de fontes. Como exercício, mostre que a relação entre a tensão de saída e as tensões de entrada *A*, *B* e *C* é dada pela equação:

Eq.9: $v_O = -\left(C + \frac{1}{2}B + \frac{1}{4}A\right)$

3.5 CIRCUITO AMPLIFICADOR NÃO-INVERSOR

Na figura 25 representa-se uma montagem designada por amplificador não-inversor.

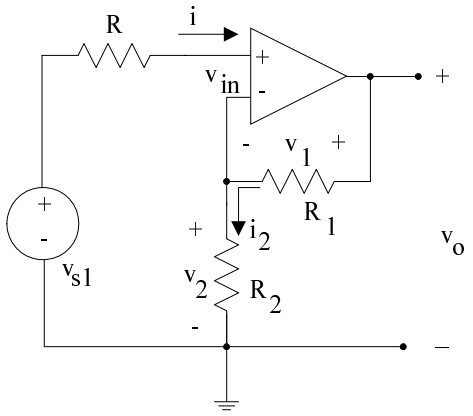


Figura 25: Amplificador Não-Inversor.

Sabendo que *i*, a corrente nos terminais de entrada do ampop, é nula, não haverá queda de tensão na resistência *R*. Este facto significa que a tensão v_{s1} do gerador aparecerá directamente aos terminais da resistência R_2 pois que a tensão v_{in} é, como sabido, nula. Sendo, portanto, $v_2 = v_{s1}$, teremos para a corrente $i_2 = \frac{v_2}{R_2}$. Como a corrente de entrada no terminal inversor do ampop é também nula, teremos que i_2 é a corrente que passará na resistência R_1. Desta forma, $v_1 = R_1 i_2$ e uma vez que $v_o = v_1 + v_2$ teremos $v_o = (R_1 + R_2) i_2$; sendo $i_2 = \frac{v_2}{R_2}$ e $v_2 = v_{s1}$, como se viu, teremos finalmente a seguinte equação para a tensão de saída:

Eq.10: $v_o = (1 + \frac{R_1}{R_2}) v_{s1}$

O ganho da montagem não-inversora é dado pela equação seguinte:

Eq.11: $G = \frac{v_o}{v_{s1}} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$

e que, como se verifica, será sempre maior ou igual à unidade.

3.6 CIRCUITO AMPLIFICADOR SEGUIDOR

Da equação 9 podemos verificar que, fazendo $R_2 = \infty$ e/ou $R_1 = 0\ \Omega$, a tensão de saída será igual à tensão aplicada na entrada não inversora, $v_o = v_{s1}$, ou seja que o ganho do circuito se reduz à unidade. Por outras palavras, diz-se que a saída *segue* a entrada. Seja *R*, na figura 26, a resistência de saída de um dado circuito linear resistivo (resistência equivalente de Thévenin) ligado ao amplificador não inversor.

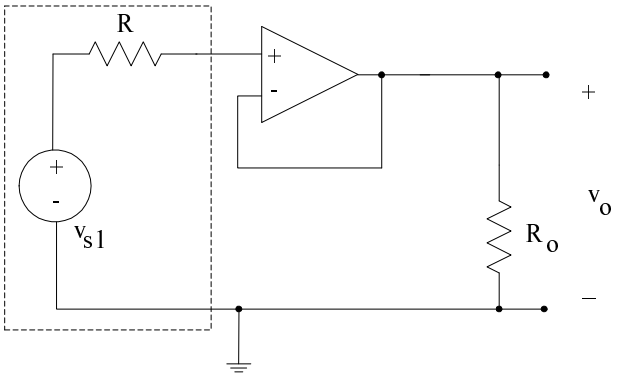


Figura 26: Circuito Seguidor de Tensão.

A característica principal da montagem seguidora é a de que a sua tensão de saída vem, como se depreende da análise efectuada para o amplificador não-inversor, independente da resistência de saída do circuito a que está ligado.

3.7 CIRCUITO AMPLIFICADOR DIFERENÇA

O circuito amplificador diferença, figura 27, pode ser facilmente obtido a partir do circuito amplificador não-inversor, inserindo uma fonte de tensão v_{s2} entre a resistência R_2 e o nó de referência:

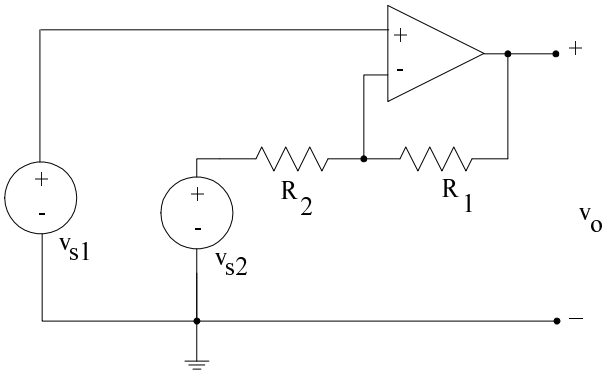


Figura 27: Circuito Amplificador Diferença.

A análise deste circuito é muito simplificada através do método da sobreposição de fontes, sendo $v_o = v_{o1} + v_{o2}$. Assim, anulando o gerador de tensão v_{s2} , o circuito reduz-se ao amplificador não-inversor, pelo que $v_{o1} = (1 + \frac{R_1}{R_2}) v_{s1}$. Do anulamento de v_{s1} se obtém o amplificador inversor, pelo que $v_{o2} = - \frac{R_1}{R_2} v_{s2}$ e, finalmente,

Eq.12: $v_o = (1 + \frac{R_1}{R_2}) v_{s1} - \frac{R_1}{R_2} v_{s2}$

Contudo, e como se depreende da equação 12, não é possível afectar ambas as entradas do mesmo peso. Este problema pode ser resolvido, ligando ao gerador de tensão um divisor resistivo como se indica na figura 28:

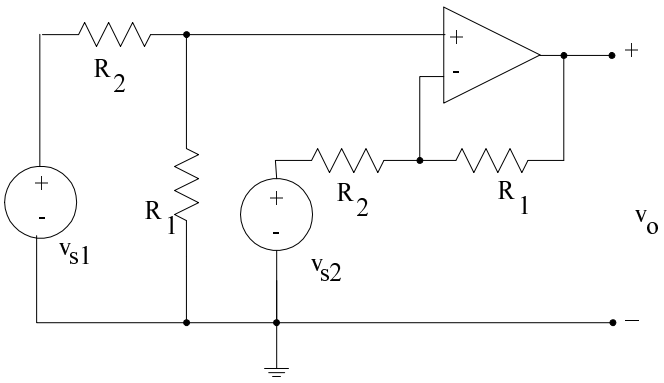


Figura 28: Circuito Amplificador Diferença. (com pesos iguais nas duas entradas).

É fácil mostrar agora que a tensão de saída virá dada por:

Eq.13: $v_o = \frac{R_1}{R_2} (v_{s1} - v_{s2})$

4. CIRCUITOS NÃO-LINEARES USANDO AMPOPS

Neste capítulo analisam-se alguns circuitos que, apesar de usarem amplificadores operacionais, envolvem uma análise substancialmente diferente da apresentada no capítulo 3, uma vez que:

- o amplificador operacional se encontra saturado, isto é, fora do seu funcionamento linear;
- incluem elementos não lineares.

Assim, começaremos por apresentar um circuito amplificador inversor com saturação da tensão de saída, seguindo-se um circuito de rectificação que, do ponto de vista entrada-saída, se comporta como um díodo ideal (super-díodo) e terminaremos com o circuito comparador-regenerativo, também denominado *Schmidt-trigger*.

4.1 AMPLIFICADOR INVERSOR

O circuito amplificador inversor já foi apresentado considerando apenas o seu funcionamento linear (capítulo 3). Contudo, se a amplitude da tensão de entrada multiplicada pelo ganho da montagem for tal que leve a tensão de saída a valores próximos da tensão de alimentação, o ampop entrará numa zona de funcionamento marcadamente não-linear (figura 19). Sempre que o ampop se encontre saturado, a tensão aos terminais de entrada v_{in} deixará de ser nula. Nesta altura, o circuito da figura 20 poderá ser substituído pelo circuito da figura 29 em que a tensão de saída será $v_o = \begin{cases} -v_{al} & se\ v_{in} < 0 \\ v_{al} & se\ v_{in} > 0 \end{cases}$

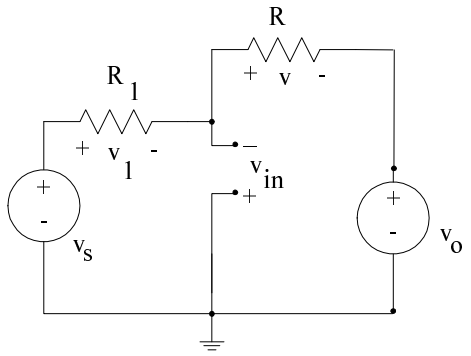


Figura 29: Circuito equivalente da montagem amplificador inversor com o ampop saturado.

Atendendo ao circuito da figura 29, a tensão aos terminais do ampop v_{in} será dada por:

$$v_{in} = \begin{cases} 0 & |v_o| < v_{al} \\ -\dfrac{R}{R+R_1} v_s - \dfrac{R_1}{R+R_1} v_o & caso\ contrário \end{cases}$$

Na figura 30 apresentam-se as tensões de entrada v_s , de saída v_o e aos terminais de entrada do ampop v_{in} sendo: $v_s(t) = 2\,sen(\omega t)$, $\omega = \frac{1}{2\pi}\ rad/s$, $v_{al} = 15V$ e $R = 10\,R_1$.

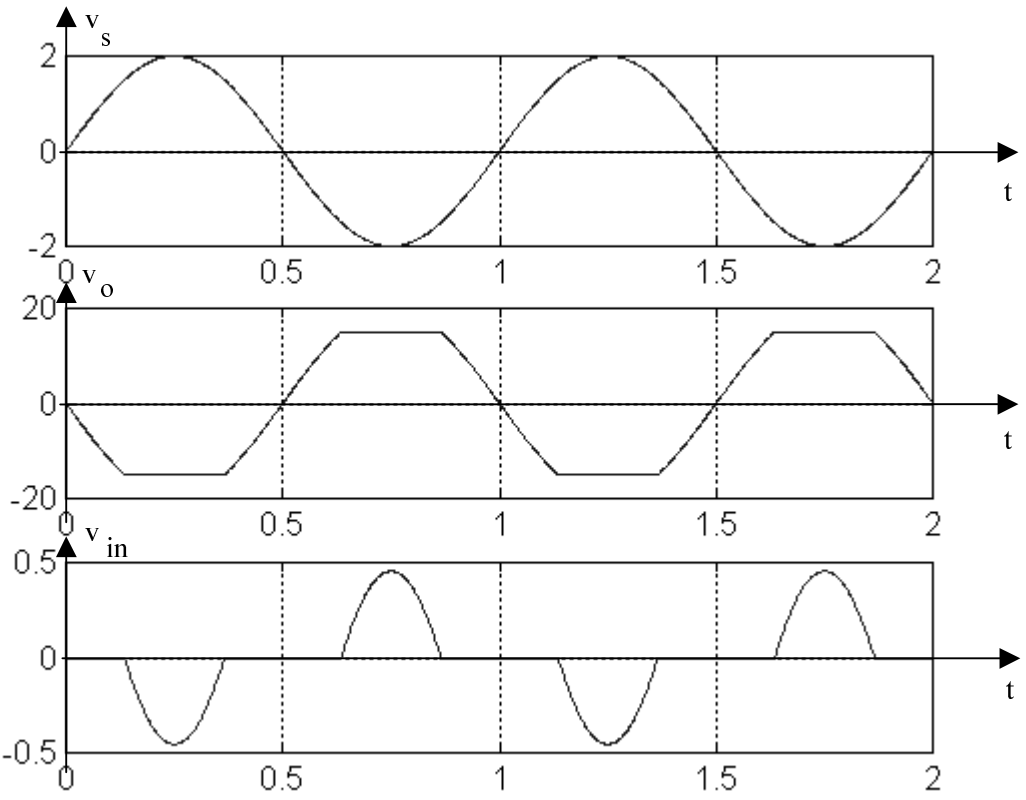


Figura 30: Tensões v_s , v_o e v_{in} .

4.2 CIRCUITO RECTIFICADOR DE ONDA-COMPLETA COM «SUPER-DÍODO»

Consideremos o circuito da figura 31 em que o díodo é suposto apresentar uma tensão de condução v_γ não nula e uma resistência $R_D = 0\Omega$.

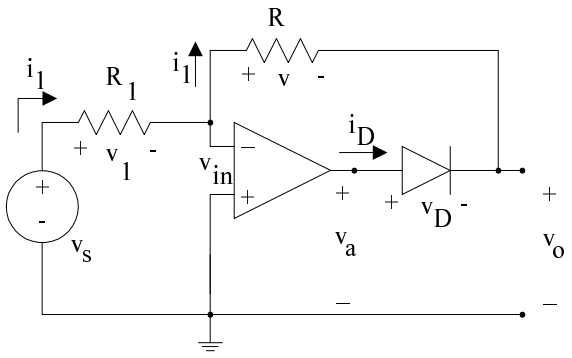


Figura 31: Circuito Rectificador de Onda-Completa com Super-Díodo.

Neste circuito, sejam as tensões de alimentação do ampop $v_{al} = \pm 15V$ e a de condução do díodo, $v_\gamma = 0{,}7V$.

Para que o díodo conduza, é necessário que a corrente i_D seja positiva. Supondo que o ampop se encontra não saturado, isto é, sendo nula a tensão v_{in}, então a corrente i_1 terá de ser negativa pois que $i_1 = - i_D$. Assim sendo, a tensão v_1 também terá de ser negativa o que corresponde a considerar que a tensão de entrada terá de ser negativa. Ou seja:

- $v_s < 0$,
  - díodo conduz, pelo que $\boxed{v_o = - \frac{R}{R_1} v_s}$, uma vez que $v_o = - i_1 - v_{in}$, com $v_{in} = 0$ e $i_1 = \frac{v_s}{R_1}$;
  - a tensão no terminal de saída do ampop «compensará» a tensão de condução do díodo, pois que $v_a = v_D + v_o = v_\gamma + v_o$. Na prática tudo se passa como se o díodo não necessitasse de uma tensão de condução, daí o nome de super-díodo.

Consideremos agora que a tensão de entrada é positiva, ou seja:

- $v_s > 0$,
  - díodo não conduz, uma vez que a corrente i_D não pode ser negativa. Neste caso, não há «realimentação» da saída do ampop para a sua entrada inversora pois o díodo comporta-se como um circuito aberto (figura 32). Então, a tensão ao terminal de saída do ampop será: $| v_a | = v_{al} = 15V$;
  - sendo nula a corrente i_1, pois que não há qualquer «carga» na saída deste circuito, $\boxed{v_o = v_s}$; pelo facto de ser nula a corrente i_1, teremos que a tensão aos terminais de entrada do ampop será $v_{in} = - v_s < 0$. Logo, pela característica entrada-saída do ampop, $v_a = - v_{al} = - 15V$, o que leva a ter o díodo inversamente polarizado, validando a hipótese de que se encontraria «cortado» ou seja, em não-condução.

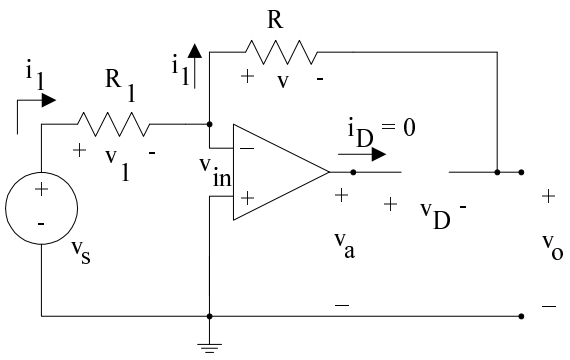


Figura 32: Circuito Rectificador de Onda-Completa, díodo polarizado inversamente.

Na figura 33 apresentam-se as formas de onda das tensões v_s , v_a e v_o considerando uma entrada sinusoidal e as resitências R e R_1 iguais.

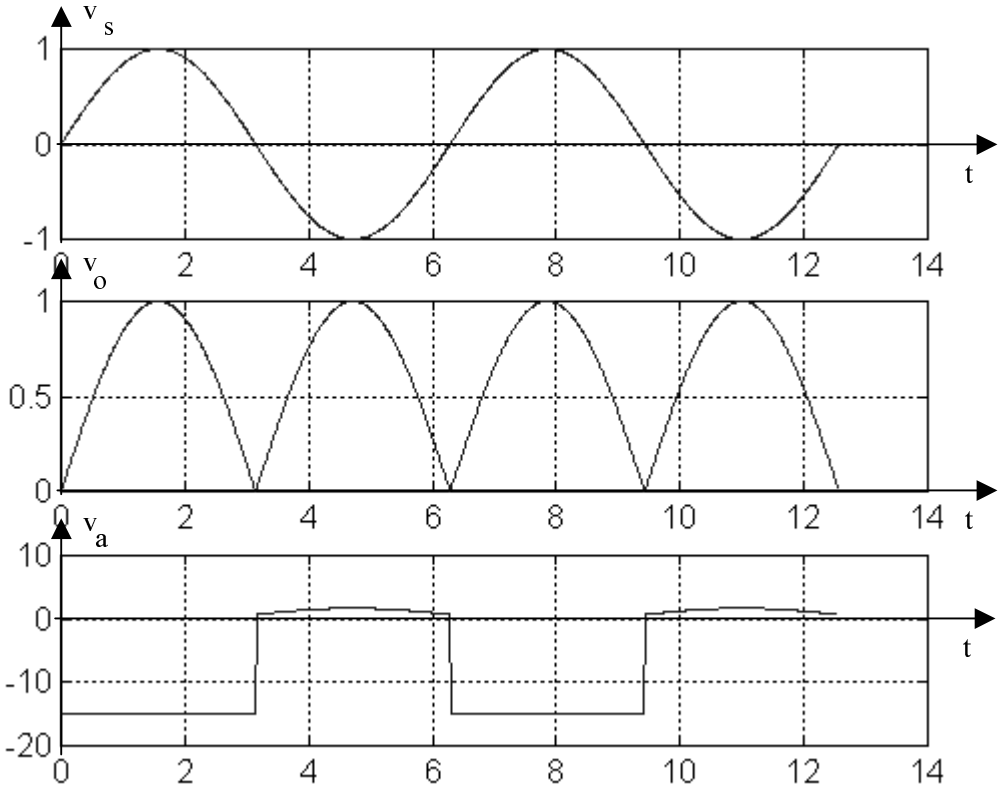


Figura 33: Tensões de Entrada (v_s) e de Saída do Ampop(v_a) e do Circuito Rectificador (v_o).

4.3 CIRCUITO RECTIFICADOR DE MEIA-ONDA COM «SUPER-DÍODO»

O circuito da figura 32 encerra vários problemas:

- a tensão v_o só corresponderá a uma rectificação de onda completa caso não haja uma carga (resistência de entrada de um circuito) ligada aos terminais de v_o (mesmo continuando a supor $R = R_1$). Na figura 34 simula-se o funcionamento deste circuito quando se liga aos terminais de saída uma resistência de carga $R_c = R$ e, quando a tensão de entrada for positiva, a tensão de saída será agora $v_o = \frac{1}{3} v_s$

- a tensão no terminal de saída do ampop, como se pode observar na figura 33, tem de transitar instantaneamente desde - v_{al} até v_γ . Na prática, esta transição leva alguns microssegundos, uma vez que a velocidade de transição do sinal na saída do ampop é limitada[7]. Este facto leva a que o circuito rectificador tenha um mau desempenho para frequências não muito baixas.

[7] Esta limitação é denominada *slew-rate* e no ampop μA741 é de, aproximadamente, 0,5V/μs.

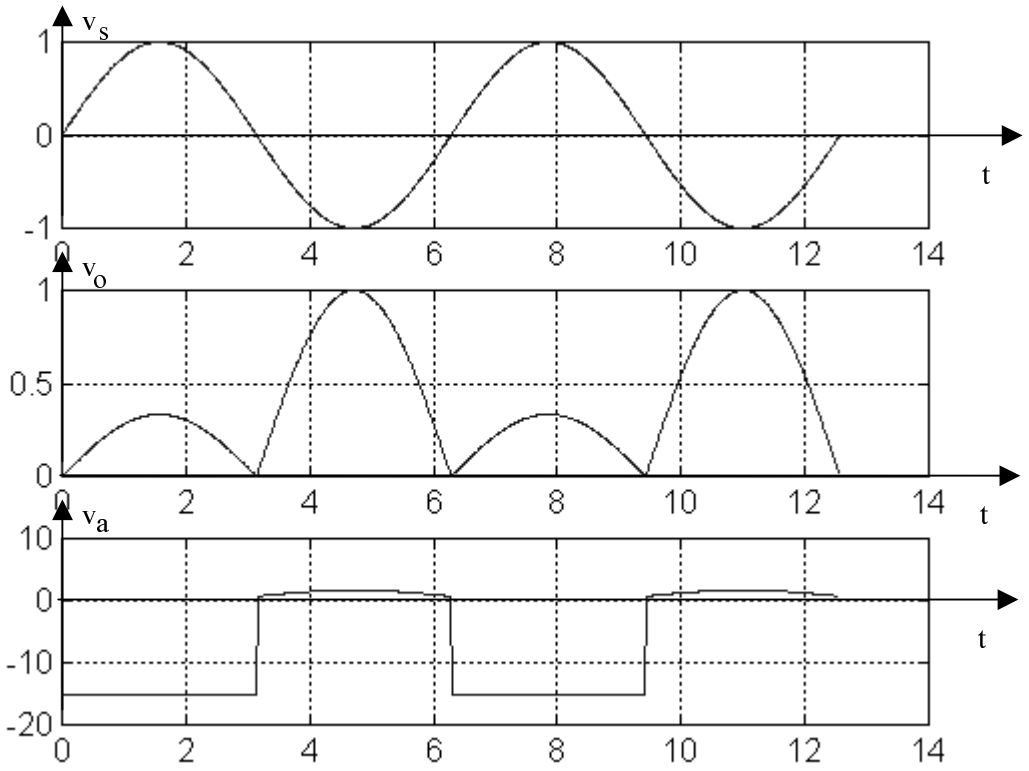


Figura 34: Tensões v_s , v_o e v_a no Circuito Rectificador de «Onda-Completa» com uma Resistência de Carga. Comparem-se com as da figura 33.

Uma forma de ultrapassar a limitação da variação da tensão de saída, consiste em evitar a saturação do ampop[8], o que se consegue mediante a inclusão de um díodo entre a entrada inversora e a saída, como se mostra na figura 35.

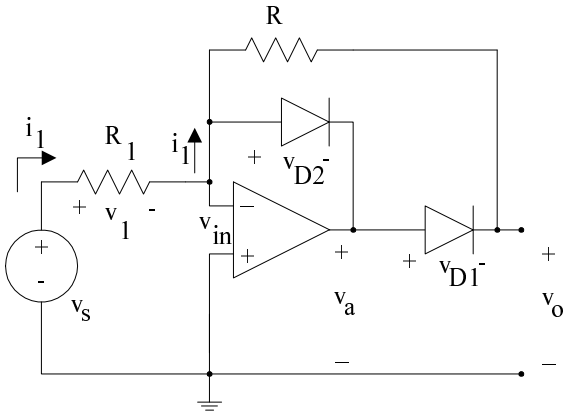


Figura 35: Circuito Rectificador de «Meia-Onda».

[8] De facto, quando o ampop satura, o terminal inversor deixa de ser uma «terra-virtual» e a análise do circuito nesta situação resume-se à de um circuito divisor da tensão v_s nas resistências R_1 , R e R_c .

O díodo D2 evita a saturação negativa do ampop e, como tal, limita a excursão da sua tensão de saída. Mantendo-se o ampop sempre em funcionamento linear, o potencial na sua entrada inversora será nulo, ou seja $v_{in} = 0V$, pelo que a tensão de saída do circuito será $v_o = 0V$ sempre que D2 estiver em condução, como se pode observar na figura 36.

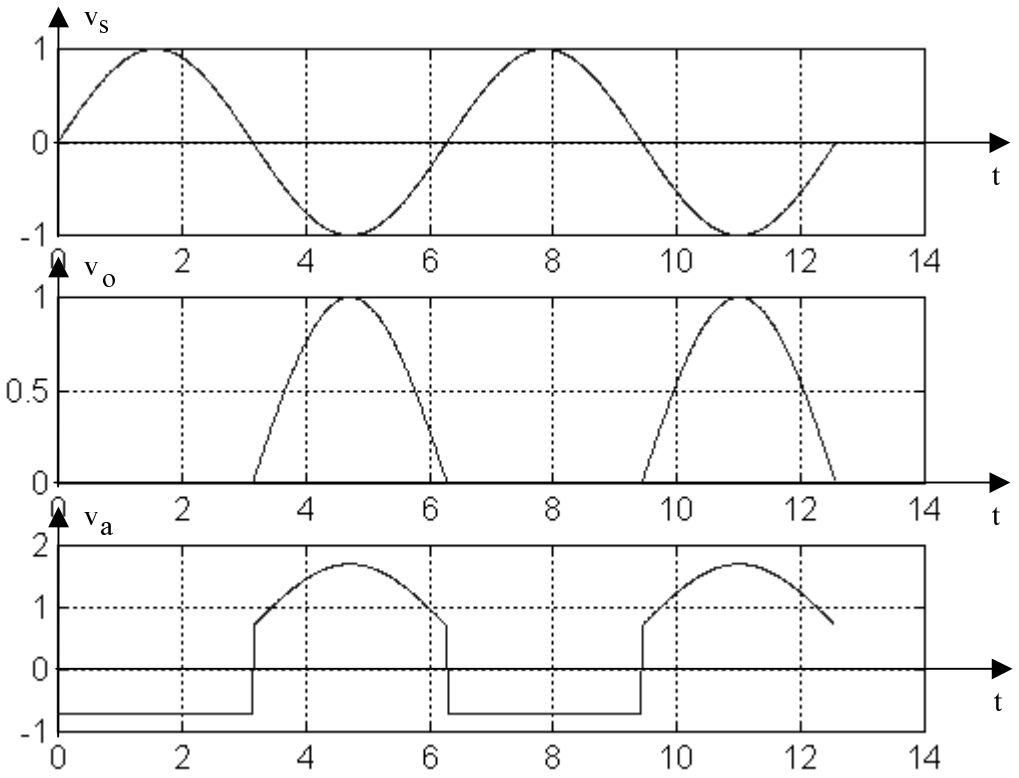


Figura 36: Tensões v_s, v_o e v_a no Circuito Rectificador de Meia-Onda.

4.4 CIRCUITO COMPARADOR REGENERATIVO OU DE *SCHMIDT-TRIGGER*

Considere-se o circuito da figura 39, onde se representa um circuito «semelhante» ao já conhecido amplificador não-inversor; contudo, reparar-se-á na troca dos terminais de entrada do ampop.

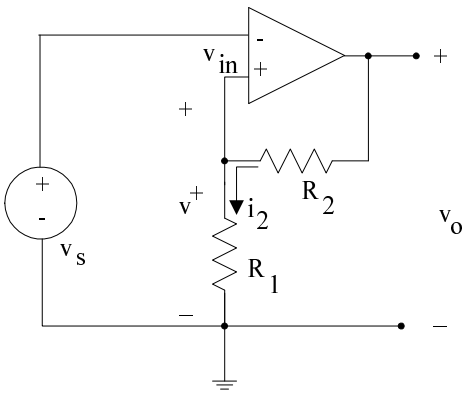


Figura 39: Comparador Regenerativo.

Como iremos ver não se trata agora de alterar a polaridade da tensão de saída da equação 12, de facto, neste circuito, o ampop irá apenas funcionar saturado, quer em $+ v_{al}$, quer em $- v_{al}$!

A ligação do terminal de saída do ampop à sua entrada não-inversora corresponde a uma realimentação positiva da saída que se traduz, como veremos, por impor rapidamente a saída saturada. Comecemos, pois, por supor que a entrada é nula e que a tensão de saída é $v_o = + v_{al}$ e confirmemos que esta hipótese (saída saturada) é sustentada pelas equações de equilíbrio do circuito:

- sendo nulas as correntes no terminais de entrada do ampop, a tensão no terminal não inversor é (divisor de tensão) $v^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{al}$ que é positiva;

- como $v_{in} = v^+ - v^- = v^+ - v_s$ e sendo, $v_s(t) = 0$, então $v_{in} > 0$ o que (figura 19) leva a ter, efectivamente, $v_0(t) = v_{al}$, ou seja, a tensão de saída do ampop encontra-se saturada à tensão positiva de alimentação;

- enquanto se tiver $v_s(t) < \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{al}$ (troços A, B e C da figura 41), a saída do ampop manter-se-á saturada positivamente.

Contudo, quando $v_s(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{al}$ (ponto **1** da figura 41) t,eremos $v_{in} = 0$ e, como tal, $v_0(t) = 0V$. Só que, anular $v_0(t)$ leva imediatamente a anular v^+ e, consequentemente, $v_{in} < 0$ o que implicará $v_0(t) = - v_{al}$ (ponto **2** da figura 41). Ou seja, a tensão de saída do ampop transitará «instantaneamente[9]» da tensão de saturação positiva para a tensão de saturação negativa.

Enquanto tivermos $v_s(t) > \frac{R_1}{R_1 + R_2} (- v_{al})$ a tensão aos terminais de entrada do ampop é negativa, $v_{in} < 0$ pelo que $v_0(t) = - v_{al}$ (troços D, E e F da figura 41). Na figura 40 exemplifica-se o exposto para: $v_s(t) = 15\ sen(t)$, $R_2 = 2\ R_1$ e $v_{al} = 15V$.

Na figura 41 apresenta-se a tensão de saída $v_o(t)$ em função da tensão de entrada $v_s(t)$, assinalando-se ainda os sentidos em que o (denominado) ciclo de histerese é percorrido. Ou seja, iniciando-se o percurso com $v_s(t) = -15V$ até $v_s(t) = + 15V$, percorreremos os troços (por este sentido) A, B, C e D. Variando agora $v_s(t)$ de $15V$ até $v_s(t) = - 15V$, percorreremos os troços (por este sentido) D, E, F, e A.

[9] Entenda-se «instantaneamente» como sendo limitada pelo *slew-rate* do ampop.

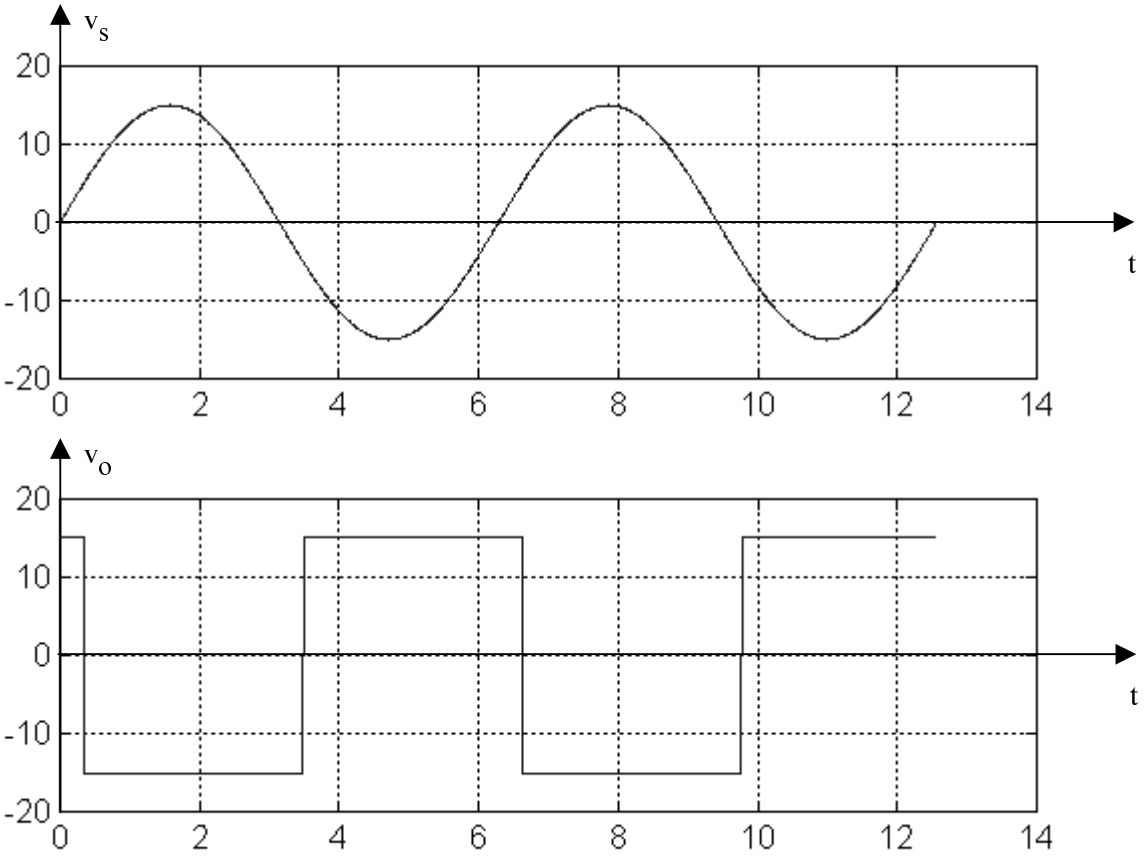


Figura 40: Formas de onda das tensões de entrada e de saída.

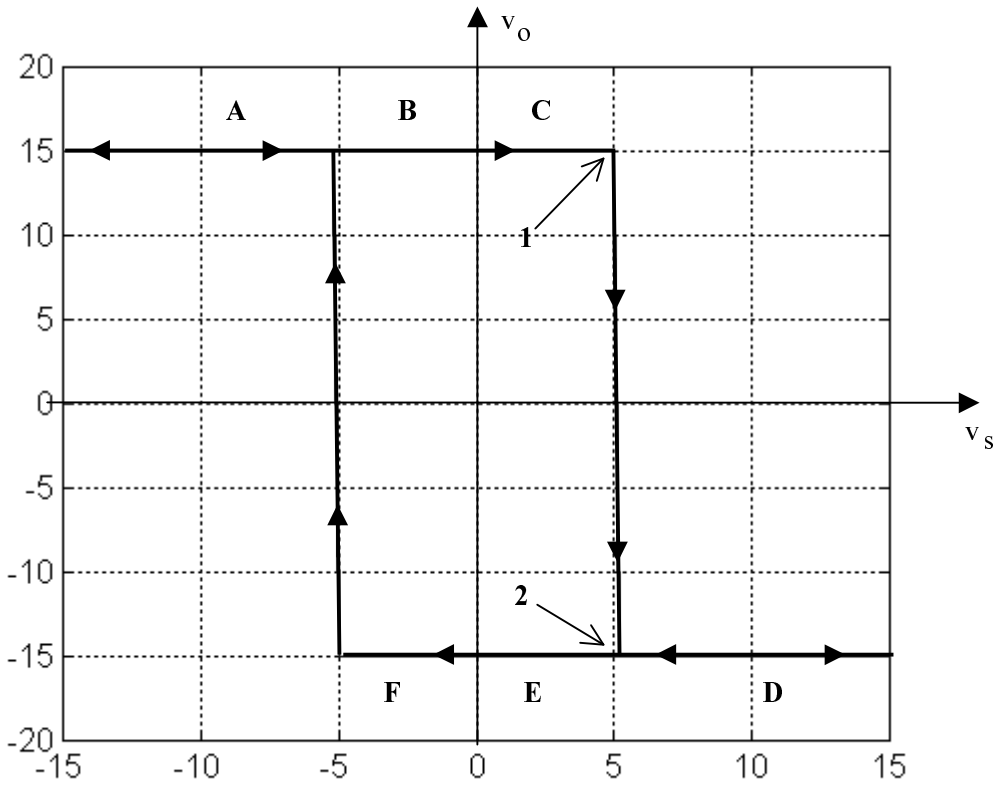


Figura 41: Ciclo de histerese.